

**Examenul de bacalaureat național 2018**  
**Proba E. c)**  
**Matematică M<sub>șt-nat</sub>**  
**Clasa a XII-a**

Simulare

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. FELADATSOR**

(30 punct)

- 5p 1. Határozd meg a  $z = (1-i)(2+i) + 5i$  komplex szám konjugáltját!
- 5p 2. Határozd meg azon  $n$  természetes számokat, amelyekre  $n^2 + n - 12 < 0$ .
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $\lg(x+1) = 2\lg(x-5)$  egyenletet!
- 5p 4. Tudva, hogy egy halmaznak 45 darab kételemű részhalmaza van, határozd meg a halmaz elemeinek számát!
- 5p 5. Adott az  $ABCD$  téglalap és a  $\vec{v} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$  vektor. Ha a  $\vec{v}$  vektor hossza 20, határozd meg a  $\vec{BD}$  vektor hosszát!
- 5p 6. Ha  $x$  egy olyan valós szám, amelyre  $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ , igazold, hogy  $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2$ .

**II. FELADATSOR**

(30 punct)

1. Adott az  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2x \\ -2x & 1 & -2x^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $x$  valós szám.

- 5p a) Számítsd ki  $\det(A(2))$  értékét!
- 5p b) Határozd meg azt az  $a$  valós számot, amelyre  $\det(A(a) + aA(0)) = 8$ .
- 5p c) Ha  $\det((m+n)A(x)) = \det(mA(x)) + \det(nA(x)) + 18$ , bármely  $x$  valós szám esetén, határozd meg az  $m$  és  $n$ ,  $m < n$  természetes számokat!
2. A  $\mathbb{Z}_7$  halmazon értelmezzük az  $x * y = xy + \hat{6}x + \hat{6}y + \hat{2}$  asszociatív műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy  $x * y = (x + \hat{6})(y + \hat{6}) + \hat{1}$ , bármely  $x, y \in \mathbb{Z}_7$  esetén!
- 5p b) Igazold, hogy  $x * \hat{1} = \hat{1} * x = \hat{1}$ , bármely  $x \in \mathbb{Z}_7$  esetén!
- 5p c) Számítsd ki a  $\hat{0} * \hat{1} * \hat{2} * \hat{3} * \hat{4} * \hat{5} * \hat{6}$  értéket!

**III. FELADATSOR**

(30 punct)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x^2 - 6x + 9)$  függvény.

- 5p a) Igazold, hogy  $f'(x) = e^x(x^2 - 4x + 3)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Határozd meg az  $f$  függvény szélsőérték-pontjait!
- 5p c) Igazold, hogy  $(x-3)^2 \leq 4e^{1-x}$ , bármely  $x \in (-\infty, 3]$  esetén!

2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 4x + 1, & x \in (-\infty, 1) \\ \frac{\ln x}{\sqrt{x}}, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$  függvény.

- 5p a) Igazold, hogy az  $f$  függvénynek van primitív függvénye  $\mathbb{R}$ -en!
- 5p b) Igazold, hogy  $\int_{-1}^e f(x) dx = 2(4 - \sqrt{e})$ .
- 5p c) Határozd meg azt az  $n$  természetes számot, amelyre  $\int_{e^n}^{e^{n+1}} f^2(x) dx = \frac{7}{3}$ .