

**Examenul de bacalaureat național 2018**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_mate-info***

**Clasa a XII-a**

**Simulare**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**ЗАВДАННЯ I**

**(30 балів)**

- 56 1. Обчисліть цілу частину дійсного числа  $a = \sqrt[3]{125} + \sqrt{5}$ .
- 56 2. Розглядають функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + m$ , де  $m$  – дійсне число. Знайдіть дійсне число  $m$ , знаючи, що  $(f \circ f)(x) = f(x + 1)$ , для будь-якого дійсного  $x$ .
- 56 3. Розв'яжіть на множині дійсних чисел нерівність  $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+1} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+5}$ .
- 56 4. Визначте число підмножин, які містять щонайменше три елементи множини  $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ .
- 56 5. Розглядають трикутник  $MNP$ , у якому  $MN = 6$ ,  $MP = 8$  і  $m(\sphericalangle M) = 90^\circ$ . Обчисліть довжину вектора  $\vec{u} = \vec{MN} + \vec{MP}$ .
- 56 6. Визначте дійсне число  $x$ , знаючи, що  $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + 2 = 0$  і  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ .

**ЗАВДАННЯ II**

**(30 балів)**

1. Розглядають матрицю  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & 2x-1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 2x-1 & 0 & x \end{pmatrix}$ , де  $x$  – дійсне число.
- 56 а) Знайдіть дісні числа  $x$ , для яких  $\det(A(x)) = 0$ .
- 56 б) Докажіть, що  $A(x) + A(1-x) = 2A\left(\frac{1}{2}\right)$  для будь-якого дійсного  $x$ .
- 56 в) Визначте дійсне число  $x$ , для якого  $A(x) \cdot A(1-x) = \frac{1}{2}A\left(\frac{1}{2}\right)$ .
2. У множині  $\mathbb{Z}_{20} = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \dots, \hat{19}\}$  задано закон композиції  $x \circ y = xy + \hat{3}x + \hat{3}y + \hat{9}$ .
- 56 а) Докажіть, що  $x \circ y = (x + \hat{3})(y + \hat{3})$  для будь-якого  $x, y \in \mathbb{Z}_{20}$ .
- 56 б) Знайдіть  $a \in \mathbb{Z}_{20}$ , знаючи, що  $a \circ x = \hat{0}$  для будь-якого  $x \in \mathbb{Z}_{20}$ .
- 56 в) Наведіть приклади  $a, b \in \mathbb{Z}_{20} \setminus \{\hat{17}\}$ , для яких  $a \circ b = \hat{0}$ .

**ЗАВДАННЯ III**

**(30 балів)**

1. Розглядають функцію  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 - \sqrt{x}$ .
- 56 а) Докажіть, що  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1} = \frac{7}{2}$ .
- 56 б) Визначте відображення функції  $f$ .

- 56 c) Докажіть, що  $2e^{2x} - e^{\frac{x}{2}} + \frac{3}{8} \geq 0$  для будь-якого дійсного  $x$ .
2. Розглядають функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \operatorname{arctg} x$ .
- 56 a) Докажіть, що  $\int_0^1 f(\operatorname{tg} x) dx = \frac{1}{2}$ .
- 56 b) Обчисліть  $\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx$ .
- 56 c) Докажіть, що  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{n+2} \leq (n+1) \int_0^1 x^n f(x) dx \leq \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2(n+2)}$  для будь-якого ненульового натурального числа  $n$ .