

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 56 1. Izračunaјte цели део реалног броја $a = \sqrt[3]{125} + \sqrt{5}$.
- 56 2. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$, где m је реални број. Одредите реални број m , знајући да $(f \circ f)(x) = f(x+1)$, за било који реални број x .
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева неједначину $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+1} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+5}$.
- 56 4. Одредите број подскупова са најмање три елемента скупа $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$.
- 56 5. Сматра се троугао MNP са $MN = 6$, $MP = 8$ и $m(\sphericalangle M) = 90^\circ$. Израчунајте дужину вектора $\vec{u} = \vec{MN} + \vec{MP}$.
- 56 6. Одредите реални број x , знајући да $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + 2 = 0$ и $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Сматра се матрица $A(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & 2x-1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 2x-1 & 0 & x \end{pmatrix}$, где x је реални број.
- 56 а) Одредите реалне бројеве x тако да $\det(A(x)) = 0$.
- 56 б) Докажите да $A(x) + A(1-x) = 2A\left(\frac{1}{2}\right)$, за било који реални број x .
- 56 в) Одредите реални број x тако да $A(x) \cdot A(1-x) = \frac{1}{2}A\left(\frac{1}{2}\right)$.
2. На скупу $\mathbb{Z}_{20} = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \dots, \hat{19}\}$ дефинише се закон слагања $x \circ y = xy + \hat{3}x + \hat{3}y + \hat{9}$.
- 56 а) Докажите да $x \circ y = (x + \hat{3})(y + \hat{3})$, за било који $x, y \in \mathbb{Z}_{20}$.
- 56 б) Одредите $a \in \mathbb{Z}_{20}$, знајући да $a \circ x = \hat{0}$ за било који $x \in \mathbb{Z}_{20}$.
- 56 в) Дајте пример $a, b \in \mathbb{Z}_{20} \setminus \{\hat{17}\}$ тако да $a \circ b = \hat{0}$.

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Сматра се функција $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - \sqrt{x}$.
- 56 а) Докажите да $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1} = \frac{7}{2}$.
- 56 б) Одредите слику функције f .
- 56 в) Докажите да $2e^{2x} - e^{\frac{x}{2}} + \frac{3}{8} \geq 0$, за било који реални број x .

2. Сматра се функција $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg} x$.

56 a) Докажите да $\int_0^1 f(\operatorname{tg} x) dx = \frac{1}{2}$.

56 b) Израчунајте $\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx$.

56 c) Докажите да $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{n+2} \leq (n+1) \int_0^1 x^n f(x) dx \leq \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2(n+2)}$, за било који ненултни природни број n .